



MATEMATICAS

PROPORCIONALIDAD

*Recopilación
PEM William
R. Chaicoj*

PROPORCIONALIDAD

RAZÓN: Siempre que hablemos de Razón entre dos números nos estaremos refiriendo al cociente (el resultado de dividirlos) entre ellos. Entonces:

Razón entre dos números a y b es el cociente entre $\frac{a}{b}$

Por ejemplo, la razón entre 10 y 2 es 5, ya que $\frac{10}{2} = 5$

Y la razón entre los números 0.15 y 0.30 es $\frac{0,15}{0,3} = \frac{1}{2}$



Práctica No. 1. Instrucciones: Resuelva los problemas siguientes.

1. Calcular la velocidad media de un avión que voló 4000 kilómetros en 5 horas.
2. La probabilidad de sacar 3 con un dado vale $\frac{1}{6}$. ¿Por qué?
3. Q. 7.00 es el costo de 35 libras de papel periódico. ¿Cuánto cuesta una libra?
4. El promedio de bateo de un jugador de beisbol fue de 0.285 en 400 veces que fue al bate. ¿Cuántos hits hizo?
5. ¿Cuál es la razón entre la altura de una casa de 10 metros y la altura de su banqueta de 25 centímetros?

PROPORCIÓN NUMÉRICA: Ahora, cuando se nos presentan **dos razones** para ser comparadas entre sí, para ver como se comportan entre ellas, estaremos hablando de una **proporción numérica**. Entonces:

Los números a , b , c y d forman una **proporción** si la razón entre a y b es la misma que entre c y d .

$$\text{Es decir } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Se lee “ a es a b como c es a d ”

Los números 2, 5 y 8, 20 forman una proporción, ya que la razón entre 2 y 5 es la misma que la razón entre 8 y 20.

$$\text{Es decir } \frac{2}{5} = \frac{8}{20}$$

En la proporción $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ Hay cuatro términos; a y d se llaman **extremos**, c y b se llaman **medios**.

La propiedad fundamental de las proporciones es: **en toda proporción, el producto de los extremos es igual al de los medios.**

Así, en la proporción anterior $\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$ se cumple que el producto de los extremos nos da $2 \times 20 = 40$ y el producto de los medios nos da $5 \times 8 = 40$

$$\text{En general } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

PROPIEDADES DE LAS RAZONES ARITMÉTICAS O POR DIFERENCIAS: Como la razón aritmética o por diferencia de dos cantidades no es más que la diferencia indicada de dichas cantidades, las propiedades de las razones aritméticas serán las propiedades de toda resta o diferencia:

1. Si al antecedente de una razón aritmética se suma o resta un número, la razón queda aumentada o disminuida en ese número.
2. Si al consecuente de una razón aritmética se suma o resta un número, la razón queda disminuida en el primer caso y aumentada en el segundo en el mismo número.
3. Si al antecedente y consecuente de una razón aritmética se suma o resta un mismo número, la razón no varía.

PROPIEDADES DE LAS RAZONES GEOMÉTRICAS O POR COCIENTE: Como la razón geométrica o por cociente de dos cantidades no es más que una división indicada o un quebrado, las propiedades de las razones geométricas serán las propiedades de los quebrados:

1. Si el antecedente de una razón geométrica se multiplica o divide por un número, la razón queda multiplicada o dividida por ese número.
2. Si el consecuente de una razón geométrica se multiplica o divide por un número, la razón queda dividida en el primer caso y multiplicada en el segundo por ese mismo número.
3. Si el antecedente y el consecuente de una razón geométrica se multiplican o dividen por un mismo número, la razón no varía.



Práctica No. 2. Instrucciones: Escribe la proporción que representa las situaciones siguientes.

1. Por \$. 5 se pagan Q. 39.30; por \$. 70 se pagarían Q. 550.20
2. 5 pares de zapatos cuestan Q. 735.00; 8 pares de la misma clase cuestan Q. 1,176.00
3. Mercurio da 3 vueltas alrededor del sol cada 264 días; 6 vueltas las da en 528 días.
4. En 25 días un obrero gana Q. 1,500.00; en 15 días ganará Q. 900.00
5. Si los $\frac{2}{5}$ de la capacidad de un depósito de agua es de 500 litros. Entonces 468.75 litros será la capacidad de los $\frac{3}{8}$ del mismo depósito.

CUARTA PROPORCIONAL: Utilizando la propiedad de la proporcional geométrica, podemos encontrar el valor de cada uno de los términos, conociendo los otros tres, a este proceso le llamamos Cuarta Proporcional. Ejemplo:

$$9/6=3/x$$

$$x= (3*6)/9$$

$$x=2$$

$$9/6=3/2 \text{ (se lee: nueve es a seis como tres es a dos)}$$



Práctica No. 3. Instrucciones: Encuentre el valor de la variable en las ecuaciones siguientes.

1. $8/12 = x/9$
2. $z/7 = 6/8$
3. $2/5 : 3/5 :: 4/7 : y$
4. $x : 2.4 :: 3.8 : 1.2$
5. $0.86 : z :: 0.6 : 24$
6. $12 : 9 :: 15 : y$
7. $4.2 / x = 6.4 / 8.8$
8. $2 \frac{3}{5} : 2/9 :: z : 6$
9. $2/5 : 0.56 :: \frac{3}{4} : y$
10. $24 / 45 = x / 30$

PROPORCIÓN CONTINUA: Es una proporción cuyos medios son iguales, al término medio se la llama Media Proporcional y a cualquiera de los extremos tercera proporcional. Ejemplo:

$$18/x = x/2$$

$$x^2 = 2 \cdot 18$$

$$x^2 = 36$$

$$x = 6 \text{ o } x = -6$$

Es decir: $18/6=6/2$ o $18/-6=-6/2$ (se lee: "dieciocho es a seis como seis es a dos" o "dieciocho es a menos seis como menos seis es a dos")



Práctica No. 4. Instrucciones: Encuentre el valor de la variable en las ecuaciones siguientes

1. $36 / y = y / 64$
2. $108 / x = x / 260$
3. $76 / b = b / 4.86$
4. $4.8 : d :: d : 456$
5. $0.064 : x :: x / 1.44$
6. $2.25 / b = b / 0.36$
7. $1/25 / y = y / 1/49$
8. $0.48 : c :: c : 7.6$
9. $256 : b :: b : 324$
10. $0.225 : y :: y : 625$

MAGNITUDES: Es un concepto abstracto en cuyo estado particular (cantidad) se puede establecer la igualdad y la desigualdad. Ejemplos: El volumen, la superficie, la masa, la longitud, el tiempo, la temperatura, la velocidad, la fuerza, etc.

a. Si las dos magnitudes que se comparan o relacionan pueden subir o bajar en igual cantidad, hablaremos de **Magnitudes directamente proporcionales**. Ejemplo:

1. El tiempo de trabajo y el salario
2. El peso y el precio de una mercadería, cuando se paga a razón del peso.
3. El número de obreros empleados y el trabajo realizados.
4. La distancia recorrida por un auto y la gasolina empleada para recorrerla.
5. El capital prestado y el interés que haya que pagar.
6. La electricidad consumida y el precio a pagar.
7. El peso de café cortado por un peón y el salario que recibe.

b. Si una magnitud sube la otra baja en la misma cantidad, hablaremos de **Magnitudes inversamente proporcionales**. Ejemplo:

1. Los días de trabajo y las horas diarias que se trabajan.
2. El número de obreros empleados y el tiempo necesario para hacer una obra.
3. La velocidad de un carro y el tiempo empleado para recorrer una distancia.
4. En gimnasia, las faltas cometidas por un gimnasta y el puntaje recibido después de cada prueba.

REGLA DE TRES

Es una operación que tiene por objeto encontrar un término desconocido en una proporción cuando se conocen los otros tres.

Características:

- Si el planteo del problema conduce a una sola proporción, la regla de tres es simple.
- Si las magnitudes del problema varían en razón directa, la regla es simple directa.
- Si las magnitudes del problema varían en razón inversa, la regla es simple inversa.
- Si el planteo del problema conduce a varias proporciones, la regla de tres es compuesta.

REGLA DE TRES SIMPLE DIRECTA: Es simple cuando en ella intervienen solamente cuatro cantidades (formando dos razones). Ejemplo:

Un automóvil recorre 240 km en 3 horas. ¿Cuántos kilómetros habrá recorrido en 2 horas?

Son magnitudes **directamente proporcionales**, ya que a **menos** horas recorrerá **menos** kilómetros.

$$\bullet \quad 240 \text{ km} \xrightarrow{D} 3 \text{ h}$$

$$\bullet \quad x \text{ km} \xrightarrow{\quad} 2 \text{ h}$$

$$\frac{240}{x} = \frac{3}{2}$$

$$240 \cdot 2 = 3 \cdot x$$

$$x = \frac{240 \cdot 2}{3} = 160 \text{ km}$$



Práctica No. 5. Instrucciones: Resuelva los problemas siguientes.

- Si hay 1.09 yardas en un metro. ¿Cuántos metros hay en 90 yardas?
- Si 4:2 es la razón del precio a la ganancia (precio-ganancia) de ciertas acciones beneficiarias y las acciones ganan Q. 141.00 por acción. ¿Cuál es el precio por acción?
- Si hay 39.37 pulgadas en 1 metro. ¿Cuántas pulgadas habrá en 32 cm?
- Un soldador sabe que un tramo de 3.4 metros de una varilla de acero pesa 20.2 kg. ¿Cuánto pesarán 6 metros de la misma varilla?
- Si se carga una comisión de Q. 162.00 sobre la compra de 600 acciones de una empresa. ¿Qué comisión se cargará por comprar 870 acciones de la misma empresa?
- Dos ángulos están en razón de 5 a 7. Si el menor mide 30° ¿Cuánto mide el otro?
- Dos empleados ganan en una empresa Q. 96.00 diarios. ¿Cuánto se le pagará a 18 empleados de igual categoría?
- Los $\frac{2}{3}$ de capacidad de un depósito de agua es de 900 litros. ¿Cuál es la capacidad de los $\frac{7}{8}$ del mismo depósito?
- En 15 días un obrero gana Q. 980.00. ¿Cuánto ganará en 25 días?

REGLA DE TRES SIMPLE INVERSA: En estos problemas se usa el signo + para indicar el aumento en la razón y el signo - para indicar la disminución de la razón. Ejemplo:

3 obreros construyen un muro en 12 horas, ¿cuánto tardarán en construirlo 6 obreros?

Son magnitudes **inversamente proporcionales**, ya que a **más** obreros tardarán **menos** horas.

• 3 obreros $\xrightarrow{-}$ 12 h

• 6 obreros $\xrightarrow{+}$ x h

$$\bullet \quad \frac{6}{3} = \frac{12}{x}$$

$$x = \frac{12 \cdot 3}{6} = 6 \text{ h}$$



Práctica No. 6. Instrucciones: Resuelva los problemas siguientes.

1. 7 hombres hacen una obra en 14 días. ¿En cuántos días podrían hacer la obra 4 hombres?
2. Una cuadrilla de obreros ha hecho una obra en 20 días trabajando 7 horas diarias. ¿En cuántos días habrían hecho la obra si hubieran trabajado 8 horas diarias?
3. A la velocidad de 70 kilómetros por hora un automóvil emplea 6.3 horas en ir de una ciudad a otra. ¿Cuánto tiempo menos se hubiera tardado si la velocidad se duplicara?
4. Una compañía de 2,500 hombres tienen víveres para 175 días. Si se quiere que los víveres duren 11 días más. ¿Cuántos hombres habrá que rebajar de la compañía?
5. 18 hombres pueden hacer una obra en 12 días. ¿Cuántos hombres más harían falta para hacer la obra en 2 días. ¿Cuántos hombres menos para hacerla en 20 días?
6. 8 hombres construyen una casa en 60 días. ¿Cuántos hombres más la construirán en 35 días?
7. 5 secretarías hacen un trabajo de correspondencia en 3 horas. ¿En cuántas horas harán el mismo trabajo 2 secretarías?
8. A la velocidad de 80 kilómetros por hora un bus emplea 5 horas en ir de una ciudad a otra. ¿Cuánto tiempo tardaría si la velocidad fuera de 60 kilómetros por hora?
9. 1 hombre hace un trabajo en 12 días, laborando 9 horas diarias. Si hiciera el mismo trabajo en 6 días, ¿Cuántas horas diarias debe trabajar?
10. 20 hombres hacen una obra en 22 días. ¿En cuántos días podrán hacer la misma obra 12 hombres?

TANTO POR CIENTO

Práctica No. 6. Instrucciones: Conversiones:



1. Convierte a decimales las expresiones siguientes:

- $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{2}\%$
- $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{4}\%$
- $\frac{1}{8}$ y $\frac{1}{8}\%$



2. Convierta los números siguientes en porcentajes:

- 0.25
- $1\frac{1}{4}$
- 3.5
- 1.65
- 0.005
- $0.33\frac{1}{3}$
- 0.15
- $0.001\frac{1}{2}$
- 0.7



3. Convierta los porcentajes siguientes a decimales:

- 3%
- 1.5%
- 1.7%
- 0.6%
- $16\frac{1}{2}\%$
- 23.2%
- 16%
- 115%
- 9%



4. Escribe en forma de porcentaje los quebrados o números mixtos siguientes:

- $\frac{8}{9}$
- $1\frac{1}{3}$
- $\frac{1}{30}$
- $1\frac{7}{8}$
- $1\frac{2}{5}$
- $2\frac{5}{9}$
- $\frac{4}{32}$
- $20\frac{1}{2}$
- $\frac{1}{25}$



5. Escribe los porcentajes siguientes en forma de quebrados:

- 18%
- 79%
- 94%
- 26%
- $24\frac{1}{2}\%$
- $8\frac{1}{4}\%$
- 38%
- 320%
- 66%

CALCULO DEL TANTO POR CIENTO

El tanto por ciento de un número es una o varias de las cien partes iguales en que se puede dividir dicho número. Es decir, una o varias centésimas de un número. Su signo es % y se empezó a usar en 1685.

Ejemplos:

El 25% de 24 es 6

El 50% de 300 es 150

Antes de proceder al cálculo de los porcentajes, vamos a definir los términos siguientes.

1. Base: es la cantidad inicial
2. Porcentaje: cantidad que se obtiene al aplicar el tanto por ciento a la base.
3. Tasa: % 100
4. Monto: cantidad que resulta de sumar la base más el porcentaje.

Hallar El Tanto Por Ciento De Un Número:

Ejemplo: Hallar el 16% de 72

Procedimiento:

- a. Por medio de proporciones. Llamaremos X al porcentaje buscando e igualamos razones. Luego procedemos y resolvemos la ecuación.

$$\begin{array}{rcl} 100\% & - & 72 \\ 16\% & - & x \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{rcl} 100\% & - & 72 \\ 16\% & - & x \end{array}} \right\} \frac{100}{16} = \frac{72}{x} = \frac{16 * 72}{100} = 11.52$$

Respuesta: el 16% de 72 es 11.52

- b. Por medio de fórmula: $P = b \times t$
 $P = 72 * 0.16 = 11.52$



Práctica No. 7. Instrucciones: Hallar el:

- 1 35% de 890
- 2 $2 \frac{1}{5}\%$ de 300
- 3 0.8 de 15
- 4 19% de 30,000
- 5 $\frac{1}{4}\%$ de 2,020
- 6 69% de 400
- 7 7.5% de 24,000
- 8 $3 \frac{1}{4}\%$ de 80
- 9 $1 \frac{2}{5}\%$ de 20
- 10 36.7% de 800
- 11 $8 \frac{2}{5}\%$ de 2,200
- 12 56% de 52,000

Hallar El Número Cuando Se Conoce El Tanto Por Ciento Del Mismo.

Ejemplo: De que número es 30 el 25%

$$\begin{array}{rcl} 100\% & - & x \\ 25\% & - & 30 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{rcl} 100\% & - & x \\ 25\% & - & 30 \end{array}} \right\} \frac{100}{25} = \frac{x}{30} = \frac{100 * 30}{25} = 120$$

Respuesta: 30 es el 25% de 120



Práctica No. 8. Instrucciones: ¿De qué número es?

1. 27 el 15%
2. 46 el 5%
3. 25 el 2/5%
4. 62 el 16.5%
5. 12 el 16%
6. 20 el 1/8%
7. 556 el 7.2%
8. 26 el 3 1/3%
9. 570 el 38%
10. 3000 el 2%
11. 71.75 el 5 1/8%
12. 190 el 8%

Dados Dos Números, Averiguar Qué Tanto Por Ciento Es Uno Del Otro.

Ejemplo: ¿Qué tanto por ciento de 7,000 es 1,245?

$$\left. \begin{array}{r} 100\% \quad - \quad 7,000 \\ X \quad \quad - \quad 1,245 \end{array} \right\} \quad \frac{100}{x} = \frac{7,000}{1,245} = \frac{100 * 1,245}{7,000} = 17.79$$

Respuesta: 1,245 es el 17.79% de 7,000.



Práctica No. 9. Instrucciones: ¿Qué % de?

1. 300 es 45?
2. 80 es 2 3/5?
3. 550 es 10?
4. 8,000 es 160?
5. 4,230 es 30.9?
6. 890 es 420?
7. 850 es 17?
8. 2,000 es 550?
9. 20 es 5?
10. 4,000 es 150?
11. 200 es 20?
12. 60,000 es 8,600

Tanto por Ciento Más.

Consiste en hallar un número sabiendo el tanto por ciento que otro número es más que él.

Ejemplo: ¿De qué número es 205 el 5% más?

$$\left. \begin{array}{r} 105\% \quad - \quad 205 \\ 100\% \quad - \quad x \end{array} \right\} \quad \frac{105}{100} = \frac{205}{x} = \frac{100 * 205}{105} = 195.24$$

Respuesta: 205 es el 5% más de 195.24.



Práctica No. 10. Instrucciones: ¿De qué número es?

1. 254 el 3.5% más?
2. 930 el 2/5% más?
3. 800 el 1/5% más?
4. 12,400 el 8% más?
5. 36 el 20% más?
6. 400 el 4.33% más?
7. 1,200 el 5.5% más?
8. 3,200 el 3% más?
9. 467.40 el 23% más?
10. 340 el 5% más?
11. 4,000 el 8% más?
12. 9,000 el 8 ½% más?

Tanto Por Ciento Menos.

Consiste hallar un número conociendo el tanto por ciento que otro número es menos que el mismo.

Ejemplo: ¿De qué número es 173 el 5% menos?

$$\left. \begin{array}{r} 95\% \quad - \quad 173 \\ 100\% \quad - \quad x \end{array} \right\} \quad \frac{95}{100} = \frac{173}{x} = \frac{100 * 173}{95} = 182.10$$

Respuesta: 173 el 5% menos de 182.10



Práctica No. 11. Instrucciones: ¿De qué número es?

1. 90 el 17% menos?
2. 485 el 18% menos?
3. 80 el 9 ¼% menos?
4. 60 el 5% menos?
5. 36 el 5 ½% menos?
6. 1,236.8 el 4.75% menos?
7. 232 el 12% menos?
8. 830 el 5 3/5% menos?
9. 200 el 14.63% menos?
10. 400 el 9.335 menos?
11. 112,000 el 18.80% menos?
12. 1,456 el 12.12% menos?



Práctica No. 12. Instrucciones: Resuelva los problemas siguientes.

1. ¿Cuánto se adeuda sobre una compra de Q. 20,800.00, si se ha pagado el 26 $\frac{1}{5}$ % de la misma?
2. Otto tiene un sueldo de Q. 7,800.00. ¿Cuánto tiene que pagar de cuota al IGSS y cuál es la cuota patronal que paga la empresa por él?
3. Los Gastos de un negocio aumentan el 22% cada año. ¿Cuáles son los gastos durante 5 años consecutivos, si los gastos del primer año fueron de Q. 10,800.00?
4. Los gastos generales y de administración de un supermercado fueron del 32% sobre el total de las ventas. Si los gastos ascendieron a Q. 86,500.00. ¿Cuál fue el total de las ventas?
5. Un hombre gastó Q. 15,505.00 en alimentos en un año. Esta cantidad constituyó el 35% de su sueldo anual. ¿Cuánto ganó en un año?
6. Un constructor cobra Q. 276,000.00 por la construcción de un edificio. De esa cantidad gasta: a) El 37% de materiales, b) El 18% en instalaciones y soldadura, c) El 8% en electricidad, d) El 28% en sueldo, e) Su ganancia es el resto. Hallar la cantidad gastada en cada inciso y la ganancia.
7. Un televisor se vende por el 22% menos que su costo inicial. Si su precio de venta fue de Q. 5,604.70. ¿Cuál fue el costo?
8. Un alumno tiene que pagar Q. 300.00 anuales de laboratorio. Si se le hace un descuento del 18%. ¿Cuánto tiene que pagar?
9. Al vender un equipo de sonido en Q. 2,310.00 se pierde el 16% de su compra. Hallar el costo del equipo de sonido.
10. La comisión que recibió una persona por vender un automóvil usado en Q. 16,000.00 es de Q. 1,200.00. ¿Cuál es la tasa de la comisión?
11. En el colegio de Celia, la directora prevé que el curso próximo el número de estudiantes aumentará un 5%. Ahora son 400. ¿Cuántos serán el año que viene?
12. Los padres de Teresa van a comprar un coche que vale Q. 175,000.00. Pagarán el 40% de su precio cuando se lo entreguen, y el resto en 12 mensualidades iguales. Calcula las cantidades que tendrán que pagar cada vez.
13. Al comprar una moto, cuyo precio es de Q. 7,890.00, hay que pagar el 13% más en concepto de impuestos. ¿Cuál es el precio final de la moto?
14. La comunidad autónoma donde vive Alfredo tiene una población de 653,800 habitantes, de los cuales el 51% son mujeres.
 - a. ¿Qué porcentaje representan los hombres?
 - b. ¿Cuántas mujeres hay?
 - c. ¿Cuántos hombres hay?
15. Se ha investigado y se ha llegado a la conclusión de que, aproximadamente, el 1% de los nacimientos que se producen es de mellizos. En una gran ciudad, donde hay unos 27,000 nacimientos al año, ¿cuántos son de mellizos?
16. Alfredo va a comprar una mochila de Q. 646.00. En la tienda le rebajan un 15%.
 - a. ¿Qué porcentaje paga por la mochila?
 - b. ¿Cuánto paga por la mochila?
 - c. ¿Cuánto dinero le descontaron a Alfredo?
 - d. ¿Cuánto dinero pagó por la mochila?